ریاضی

8

یہ کتاب محکمہ تعلیم حکومت بلوچستان کی جانب سے تعلیمی سال
2023 کیلئے مفت [illegible] قابل فروخت ہے

حکومت بلوچستان کا پروگرام "معیاری تعلیم سب کے لیے"

بلوچستان ٹیکسٹ بک بورڈ کوئٹہ

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

فہرست

یونٹ	عنوان	صفحہ نمبر
1	سیٹوں پر عوامل	5
2	حقیقی اعداد	21
3	عددی نظام	39
4	مالیاتی حساب	56
5	کثیر رقمیاں	89
6	تجزی، ہمزاد مساواتیں	100
7	جیومیٹری کے بنیادی تصورات	130
8	عملی جیومیٹری	143
9	رقبے اور حجم	162
10	اِثباتی جیومیٹری	183
11	تکونیات کا تعارف	206
12	معلوماتی معاملات	222
***	جوابات	240
***	فرہنگ	255

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

معلوماتی معاملات
(Information Handling)

یونٹ
12

یونٹ میں مطالعہ کی حدود (Unit Outline)

11.1 تعددی تقسیم (Frequency Distribution)

11.2 مرکزی رجحان کے پیمانے (Measure of Central Tendency)

طلبہ کے آموزشی حاصلات (Students Learning Outcomes)

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- تعدد، تعددی تقسیم کی تعریف کر سکیں۔
- تعددی جدول بنا سکیں۔
- ایک کالمی نقشہ بنا سکیں جو تعددی جدول کو ظاہر کرتا ہو۔
- مرکزی رجحان کے پیمانے بیان کر سکیں۔
- غیر گروہی مواد کے لئے اوسط (حسابی اوسط)، وزنی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کر سکیں۔
- اوسط (حسابی اوسط) وزنی اوسط، وسطانیہ اور عادہ سے متعلق حقیقی زندگی کے مسائل حل کر سکیں۔

12.1 تعددی تقسیم (Frequency Distribution)

12.1.1 تعدد اور تعددی تقسیم کی تعریف
(Definition of Frequency and Frequency Distribution)

تعدد (Frequency)

دیئے گئے مواد میں مخصوص مشاہدات کی کل تعداد اس کا تعدد کہلاتی ہے اسے f سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال 12.1 20 طلبہ کے مندرجہ ذیل مارکس جو کہ 25 مارکس میں سے حاصل کئے گئے ہیں۔

16, 18, 15, 18, 13, 15, 18, 16, 19, 18, 16, 15, 20, 16, 16, 18, 19, 18, 16, 18

ہر مشاہدہ کے تعدد جدول میں ظاہر کریں۔

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

حل   مارکس کا تعدد نیچے جدول میں دکھایا گیا ہے۔

مارکس	تعدد (f)
13	1
15	3
16	6
18	7
19	2
20	1
مجموعہ	**20**

مندرجہ بالا جدول میں ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ

13 کا تعدد 1 ہے   15 کا تعدد 3 ہے
16 کا تعدد 6 ہے   18 کا تعدد 7 ہے
19 کا تعدد 2 ہے   20 کا تعدد 1 ہے

تعددی تقسیم (Frequency Distribution)

دیئے گئے عددی مواد کی بدول میں ترتیب جس میں مختلف مشاہدات یا کلاسوں کا تعدد ظاہر ہو تعددی تقسیم کہلاتا ہے۔

ڈائرکٹ طریقہ (Direct Method)

اس طریقے میں ہم متعلقہ جماعت کے سامنے مشاہدات لکھتے ہیں۔ مشاہدات کو شمار کرنے سے اس جماعت کا تعدد حاصل ہوتا ہے۔ باقی تعددی جدول بنانے کا طریقہ کار ٹیلی بار طریقے کی طرح ہے۔ اس طریقے کی وضاحت درج ذیل مثال سے کی جاسکتی ہے۔

مثال 12.2 انگلش کے ٹیسٹ میں 25 طلباء کے 50 نمبروں میں سے حاصل کردہ نمبروں کی تعددی تقسیم درج ذیل طریقوں سے بنائیں۔

(i) ڈائریکٹ طریقہ   (ii) ٹیلی نشان کا طریقہ

15, 20, 44, 18, 23, 25, 29, 18, 25, 34, 29, 20, 25, 34, 37, 20,
23, 25, 29, 34, 23, 25, 37, 29, 25

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

حل (i) ڈائرکٹ طریقہ **(Direct Method)**

مارکس	مشاہدات	تعداد (f)
15	15	1
18	18, 18	2
20	20, 20, 20	3
23	23, 23, 23	3
25	25, 25, 25, 25, 25, 25	6
29	29, 29, 29, 29	4
34	34, 34, 34	3
37	37, 37, 27	2
44	44	1
Total		**25**

(ii) ٹیلی نشان کا طریقہ **(Tally Method)**

مارکس	مشاہدات	تعداد (f)
15	𝍷	1
18	𝍷𝍷	2
20	𝍷𝍷𝍷	3
23	𝍷𝍷𝍷	3
25	𝍸𝍷	6
29	𝍷𝍷𝍷𝍷	4
34	𝍷𝍷𝍷	3
37	𝍷𝍷	2
44	𝍷	1
Total		**25**

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

12.1.2 تعددی تقسیم کا جدول بنانا (Construction of frequency table)

تعددی تقسیم کا جدول تیار کرنے کے لئے مندرجہ ذیل اقدام ذہن میں ہونے چاہیئے۔

(i) دیئے گئے مواد میں سب سے چھوٹی اور سب سے بڑی قیمت منتخب کریں۔

(ii) سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمت کا فرق معلوم کریں جو سعت (Range) کہلاتی ہے۔

(iii) اگر جماعتوں کی تعداد نہ دی گئی ہو تو جماعتوں کی تعداد کا تعین کریں۔

(iv) سعت (Range) کو جماعتوں کی تعداد سے تقسیم کرتے ہیں۔ اس طرح ہم جماعتی وقفہ معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{جماعتی وقفہ کی جسامت} = \frac{\text{سب سے بڑی قیمت} - \text{سب سے چھوٹی قیمت}}{\text{جماعتوں کی تعداد}}$$

تعددی تقسیم کا جدول بنانے کے لئے ہم ٹیلی نشان | مشاہدات کے سامنے لگاتے جاتے ہیں۔ ان ٹیلی نشانات کو 5 کے گروہوں میں لگایا جاتا ہے۔ اگر ایک مشاہدہ دوبار آئے تو ہم اس کے سامنے دو ٹیلی نشانات || لگاتے ہیں۔ دوسرے لفظوں میں ہم ٹیلی نشانات اتنی ہی بار لگاتے ہیں جتنی بار مشاہدہ ہو۔ اگر کوئی مشاہدہ پانچ بار دہرایا جائے تو ہم 4 ٹیلی نشانات لگاتے ہیں ان چار نشانات کو پانچواں نشان وتر کی صورت میں کاٹتا ہے جیسے ~~||||~~ اگر ایک مشاہدہ 11 دفعہ دہرایا جائے تو ہم اسے یوں ظاہر کرسکتے ہیں ~~||||~~ ~~||||~~ |

مندرجہ ذیل مثال سے طریقہ کی وضاحت کی گئی ہے۔

مثال 12.3 ایک سکول کے 40 طلبہ کے اوزان (کلوگرام) میں دیئے گئے ہیں۔ تعددی جدول تیار کریں۔

40, 35, 42, 35, 45, 37, 41, 33, 37, 30, 28, 29, 30, 32, 33, 35, 31, 30, 36, 28,
39, 37, 45, 36, 38, 35, 28, 31, 34, 39, 36, 35, 41, 28, 34, 31, 30, 28, 29, 37

حل

سب سے چھوٹی قیمت = 28

سب سے بڑی قیمت = 45

جماعتوں کی تعداد = 6

$$\text{جماعتی وقفہ کی جسامت} = \frac{\text{سب سے بڑی قیمت} - \text{سب سے چھوٹی قیمت}}{\text{جماعتوں کی تعداد}}$$

$$\text{جماعتی وقفہ کی جسامت} = \frac{45-28}{6} = \frac{17}{6} = 2.83 = 3 \ (\text{تقریباً})$$

یہ کتاب محکمہ تعلیم حکومت بلوچستان کی جانب سے تعلیمی سال 2023 کیلئے مفت تقسیم کی جارہی ہے اور نا قابل فروخت ہے

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

جماعتی وقفہ	ٹیلی نشانات	تعدد (f)
28 - 30	~~||||~~ ~~||||~~ |	11
31 - 33	~~||||~~ |	6
34 - 36	~~||||~~ ~~||||~~	10
37 - 39	~~||||~~ ||	7
40 - 42	||||	4
43 - 45	||	2
مجموعہ		**40**

جماعتی حدود (Class Limit)

کسی بھی دی ہوئی جماعت میں سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمت اس جماعت کی جماعتی حد کہلاتی ہے۔ مثلاً 60 – 56 جماعت 56 سے شروع اور 60 پر ختم ہوتی ہے۔ شروع والا عدد 56 اس کی زیریں جماعتی حد اور ختم ہونے والا عدد 60 اس کی بالائی جماعتی حد کہلاتی ہے۔

حقیقی جماعتی حدود (Class Boundaries)

حقیقی جماعتی حدود بنانے کے لئے، دوسری زیریں جماعتی حد اور پہلی بالائی جماعتی حد کا فرق لے کر اسے 2 پر تقسیم کریں، حاصل کردہ عدد کو مواد کی ہر ایک زیریں جماعتی حد میں سے تفریق اور ہر ایک بالائی جماعتی حد میں جمع کریں۔

مثال 12.4 مثال 12.3 میں دیئے گئے مواد سے حقیقی جماعتی حدود بنا کر جدول بنائیں۔

حل

دوسری جماعت کی زیریں حد $= 31$

پہلی جماعت کی بالائی حد $= 30$

فرق $= 31 - 30 = 1$

$$= \frac{1}{2} = 0.5$$

ہم ہر ایک زیریں جماعتی حد سے 0.5 تفریق کرتے ہیں اور ہر ایک بالائی جماعتی حد میں 0.5 جمع کرتے ہیں۔

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

جماعتیں	حقیقی جماعتی حدود	تعدد (f)
28 – 30	27.5 – 30.5	11
31 – 33	30.5 – 33.5	6
34 – 36	33.5 – 36.5	10
37 – 39	36.5 – 39.5	7
40 – 42	39.5 – 42.5	4
43 – 45	42.5 – 45.5	2
مجموعہ	---	**40**

12.1.3 کالمی نقشہ (Histogram)

کالمی نقشہ تعددی تقسیم کا ایک گراف ہے جس میں حقیقی جماعتی حدود کو مناسب چوڑائی میں لے کر x محور پر لیا جاتا ہے اور تعدداد کو y محور پر اس کے متصل کالم میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

کالمی نقشہ میں جماعتوں کی چوڑائی یکساں لیکن کالم کی بلندی تعدد کی جسامت کے تناسب سے ہوتی ہے۔

مثال 12.5 36 طلبہ کے اردو میں 75 میں سے حاصل کردہ نمبرات دیئے گئے ہیں۔

54, 58, 48, 57, 48, 45, 46, 49, 52, 45, 49, 50, 48, 46, 45, 45, 38, 39,

62, 59, 53, 37, 42, 42, 43, 46, 48, 39, 45, 40, 42, 40, 38, 38, 35, 58

دیئے گئے مواد سے تعددی تقسیم کا جدول بنائیں اور اسے کالمی نقشہ پر ظاہر کریں۔

حل

سب سے چھوٹی قیمت = 35

سب سے بڑی قیمت = 62

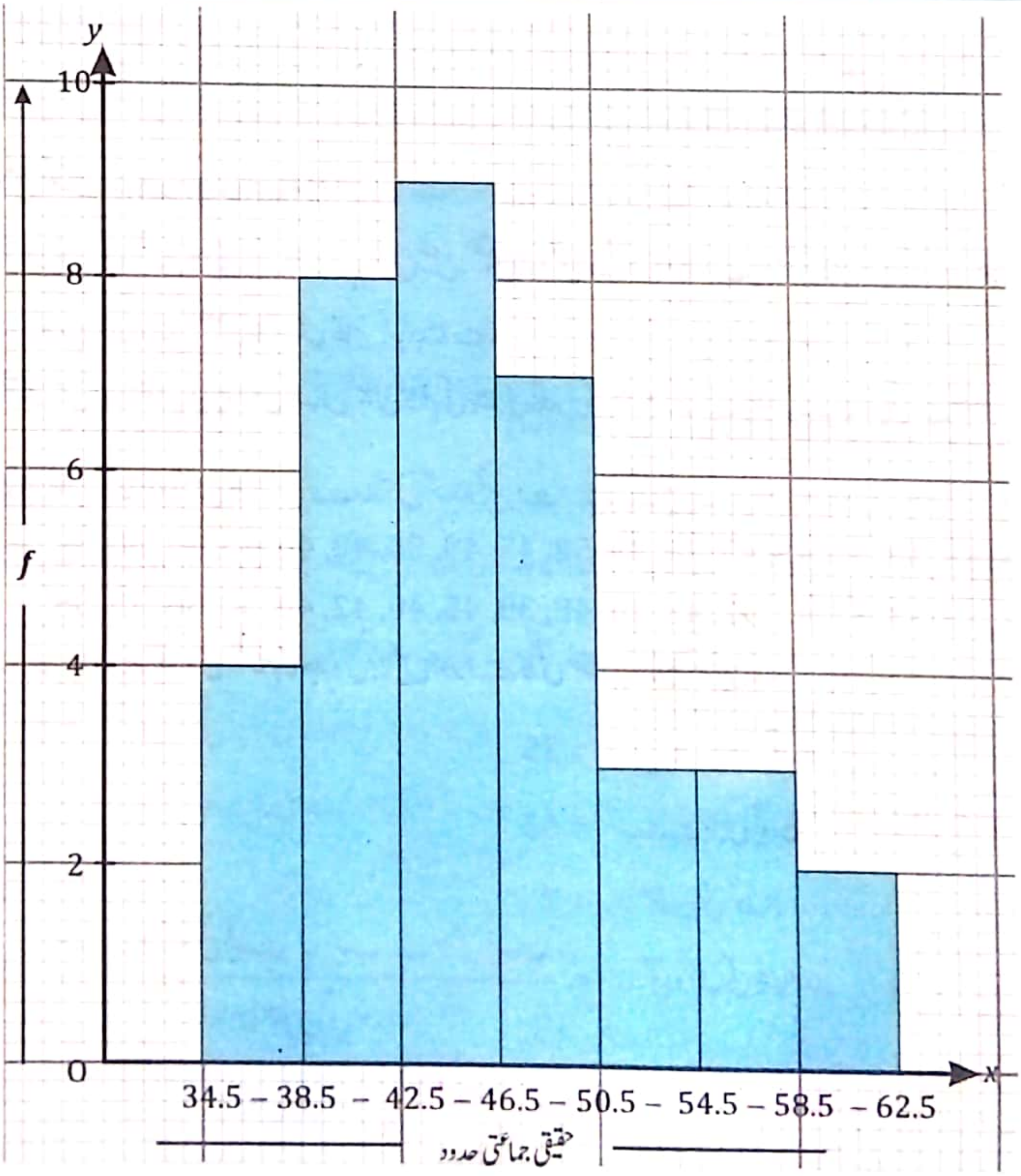
جماعتوں کی تعداد = 7

$$\text{جماعتی وقفہ کی جسامت} = \frac{\text{سب سے بڑی قیمت} - \text{سب سے چھوٹی قیمت}}{\text{جماعتوں کی تعداد}}$$

$$= \frac{62-35}{7} = \frac{27}{7} = 3.86 \approx 4$$

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

جماعتی وقفہ	حقیقی جماعتی حدود	ٹیلی نشانات	تعداد (f)
35 – 38	34.5 – 38.5	||||	4
39 – 42	38.5 – 42.5	卌 |||	8
43 – 46	42.5 – 46.5	卌 ||||	9
47 – 50	46.5 – 50.5	卌 ||	7
51 – 54	50.5 – 54.5	|||	3
55 – 58	54.5 – 58.5	|||	3
59 – 62	58.5 – 62.5	||	2
مجموعہ			**36**



Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

مشق 12.1

1. مندرجہ ذیل قیمتیں مختلف خاندانوں کے افراد کی تعداد کو ظاہر کرتی ہیں۔ کا جماعتی وقفہ لے کر تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔

8, 9, 9, 7, 6, 5, 4, 2, 3, 4, 6, 5, 6, 11, 1, 6, 9, 8, 7, 6, 5, 6, 3, 5, 7, 7, 10, 11, 12, 1, 4, 5, 3, 5, 6

2. مندرجہ ذیل اعداد و شمار ایک سال کے دوران 45 اشیاء کے اعشاری اعداد ہیں تعددی تقسیم بنائیں۔

128, 105, 106, 147, 127, 129, 140, 120, 129, 108, 110, 143, 109, 138, 113, 136, 100, 104, 116, 144, 109, 100, 133, 108, 110, 141, 115, 119, 124, 145, 114, 114, 106, 113, 134, 117, 151, 123, 118, 111, 119, 113, 138, 120, 112

3. مندرجہ ذیل نمبروں کا 10 کا جماعتی وقفہ لے کر تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔

82, 62, 85, 105, 116, 91, 83, 99, 52, 76, 84, 89, 77, 104, 101, 107, 62, 46, 109, 74, 103, 95, 90, 118, 52, 88, 101, ,96, 72, 56, 64, 110, 97, 59, 62, 96, 87, 78, 74, 99

4. 50 – 46، 55 – 51 وغیرہ کی جماعتیں لے کر مندرجہ ذیل مواد سے تعددی تقسیم کا جدول بنائیں۔

78, 51, 67, 77, 82, 72, 55, 64, 61, 65, 46, 48, 50, 52, 55, 54, 59, 64, 52, 47, 66, 71, 69, 77, 82, 85, 87, 89, 56, 63, 74, 79, 58, 49, 67, 84, 64, 78, 62, 66, 75, 51, 58, 61

5. مندرجہ ذیل تعددی تقسیم سے کالمی نقشہ بنائیں۔

جماعتی وقفہ	تعدد
16 – 25	5
26 – 35	7
36 – 45	19
46 – 55	24
56 – 65	17
66 – 75	14
76 – 85	4

6. مندرجہ ذیل تعددی تقسیم سے کالمی نقشہ بنائیں۔

جماعتی وقفہ	تعدد
11 – 20	3
21 – 30	8
31 – 40	18

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

41 - 50	25
51 - 60	15
61 - 70	9
71 - 80	6
81 - 90	4

7. مندرجہ ذیل کالمی نقشہ میں مئی 2010ء میں سبی کے درجہ حرارت کی تعددی تقسیم ظاہر کی گئی ہے۔

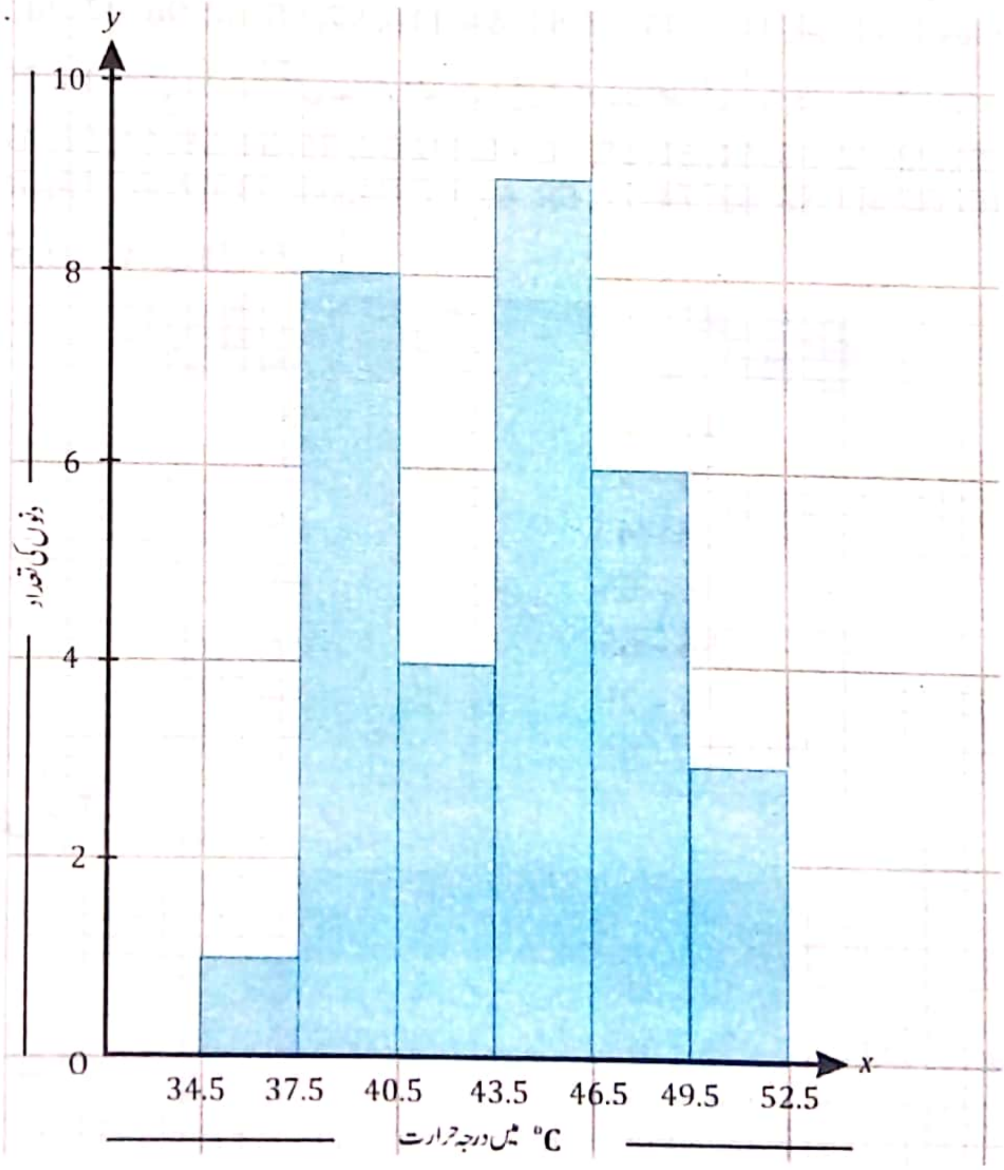
(i) جماعتوں کی کل تعداد کیا ہے؟

(ii) جماعت کی چوڑائی کتنی ہے؟

(iii) دنوں کی کل تعداد کیا ہے؟

(iv) کس جماعت میں درجہ حرارت سب سے کم ہے؟

(v) کس جماعت میں درجہ حرارت سب سے زیادہ ہے؟



Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

12.2 مرکزی رحجان کے پیمانے (Measures of Central Tendency)

جب مواد کو تعددی تقسیم میں ترتیب دیا جاتا ہے تو مواد میں مشاہدات کو آسانی سے سمجھا جاسکتا ہے۔ایک خاص طریقہ کار جس سے ہم ایک قیمت معلوم کرتے ہیں جو مواد کی تمام قیمتوں کی نمائندگی کرتی ہے۔وہ مرکزی قیمت جو مواد کی تمام قیمتوں کی نمائندگی کرے اوسط کہلاتی ہے۔

12.2.1 مرکزی رحجان کے پیمانوں کی وضاحت

(Description of measures of central tendency)

اوسط مواد کے مرکزی حصہ میں موجود ہوتی ہے۔انہیں مرکزی رحجان کی پیمائش کہتے ہیں۔

سب سے زیادہ استعمال ہونے والی اوسط یہ ہیں۔

(i) حسابی اوسط (Arithmetic Mean)

(ii) وسطانیہ (Median)

(iii) عادہ (Mode)

12.2.2 غیر گروہی مواد سے اوسط،وسطانیہ اور عادہ معلوم کرنا

(Calculation of mean, median and mode)

حسابی اوسط (Arithmetic Mean)

کسی مواد میں تمام قیمتوں کے مجموعہ کو ان کی تعداد پر تقسیم کرنے سے حسابی اوسط حاصل ہوتی ہے۔اس کو $\bar{x}$ سے ظاہر کیاجاتاہے۔

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{\text{قیمتوں کا مجموعہ}}{\text{قیمتوں کی تعداد}}$$

اگر $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ کسی مواد میں n قیمتیں ہوں تو حسابی اوسط یوں معلوم کی جاسکتی ہے

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}}$$

جبکہ "Σ" (Sigma) قیمتوں کے مجموعہ اور n قیمتوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

حسابی اوسط کو عموماً اوسط کہا جاتا ہے۔

مثال 12.6 8, 7, 12, 17, 9, 14, 10 کی اوسط معلوم کریں

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

حل   ہم جانتے ہیں کہ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{8+7+12+17+9+14+10}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{77}{7}$$

$$\bar{x} = 11$$

مثال 12.7 کسی ٹیسٹ میں (20 نمبروں میں سے) 9 طلبہ کے نمبر ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

9, 8, 16, 10, 7, 14, 15, 18, 11

طلبہ کے نمبروں کا اوسط معلوم کریں۔

حل   ہم جانتے ہیں کہ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{9+8+16+10+7+14+15+18+11}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{108}{9}$$

$$\bar{x} = 12$$

وزنی حسابی اوسط (Weighted Arithmetic Mean)

بعض اوقات، مختلف مشاہدات کو ایک جیسی اہمیت نہیں دی جاتی ہے۔ کچھ مشاہدات کسی وجہ سے انتہائی اہمیت کے حامل ہوتے ہیں۔ یہ مشاہدات کا وزن کہلاتی ہیں۔

اگر $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ مشاہدات اور ان کے متناظرہ اوزان $w_1, w_2, w_3, \ldots w_n$ ہوں تو وزنی حسابی اوسط یا وزنی اوسط کو $\bar{x}_w$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اسے یوں معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\bar{x}_w = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_n}$$

$$\boxed{\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}}$$

مثال 12.8 عزیر نے ریاضی، اردو، انگریزی، تاریخ اور اسلامیات میں بالترتیب 85, 80, 87, 68 اور 65 نمبر حاصل کئے جبکہ ان کے اوزان 1, 2, 3, 5, 9 تھے۔ ان نمبروں کی وزنی اوسط معلوم کیجئے۔

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

حل ہم جانتے ہیں کہ

$$\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

$$= \frac{(9)(85)+(5)(80)+(3)(87)+(2)(68)+(1)(65)}{9+5+3+2+1}$$

$$= \frac{765+400+261+136+65}{20}$$

$$= \frac{1627}{20}$$

$= 81.35$ نمبر

وسطانیہ (Median)

وسطانیہ ترتیب صعودی یا ترتیب نزولی میں مواد کی درمیانی قیمت ہوتی ہے۔ مشاہدات کی آدھی قیمتیں وسطانیہ سے اُوپر اور آدھی قیمتیں وسطانیہ سے نیچے ہوتی ہیں۔

جب ہم وسطانیہ معلوم کریں تو مندرجہ ذیل نقاط ہمارے ذہن میں ہوں

(i) قیمتوں کو صعودی یا نزولی ترتیب میں لکھیں۔

(ii) اگر مواد میں قیمتوں کی تعداد طاق ہو تو وسطانیہ درمیانی قیمت ہو گی۔

(iii) اگر مواد میں قیمتوں کی تعداد جفت ہو تو وسطانیہ دو درمیانی قیمتوں کا درمیانی نقطہ ہو گا۔

جیسا کہ قیمت $\frac{(n+1)}{2}th$ = وسطانیہ

جبکہ n قیمتوں کی تعداد

مثال 12.9 مندرجہ ذیل مشاہدات کا وسطانیہ معلوم کریں۔

(i) 15, 12, 17, 19, 14, 21, 16

(ii) 21, 24, 29, 22, 26, 35, 39, 32, 25, 36

حل (i) سب سے پہلے قیمتوں کو ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں۔

12, 14, 15, (16), 17, 19, 21

چونکہ قیمتوں کی تعداد طاق یعنی 7 ہے

لہٰذا چوتھی قیمت = وسطانیہ

=16

پس، وسطانیہ = 16

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

(ii) سب سے پہلے ہم ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں

$$21,22,24,25,\boxed{26,29},32,35,36,39$$

$$n = 10$$

چونکہ مشاہدات کی تعداد جفت ہے یعنی 10

لہٰذا پانچویں اور چھٹی قیمت کا اوسط = وسطانیہ

پانچویں قیمت = 26

چھٹی قیمت = 29

$$\text{وسطانیہ} = \frac{26+29}{2}$$

$$= \frac{55}{2}$$

$$= 27.5$$

عادہ (Mode)

مواد میں سب سے زیادہ بار دہرائی جانے والی قیمت عادہ کہلاتی ہے۔ اگر ہر ایک قیمت ایک جیسی تعداد میں دہرائی جائیں لیکن دوسری قیمتوں کے مقابلے میں زیادہ بار آئیں تو عادہ ایک سے زائد بھی ہو سکتا ہے۔

مثال **12.10** مندرجہ ذیل مشاہدات کا عادہ معلوم کریں۔

3, 6, 4, 5, 3, 4, 6, 7, 8, 4

حل چونکہ مواد میں 4 تین بار دہرایا گیا ہے۔

اس لئے

عادہ = 4

مثال **12.11** مندرجہ ذیل مواد سے عادہ معلوم کریں۔

23, 17, 19, 25, 17, 21, 19, 24, 17, 19

حل 17 اور 19 تین تین دفعہ دہرائے گئے ہیں اس لئے 17 اور 19 عادہ ہیں۔

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

12.2.3 اوسط، وزنی اوسط، وسطانیہ اور عادہ سے متعلق حقیقی زندگی کے مسائل

(Real life problems involving mean (average), weighted mean, median and mode)

مثال 12.12 بس مسافروں کی تعداد جو ایک مستقل راستے پر سفر کرتے ہیں نیچے ظاہر کی گئی ہے۔

28, 27, 41, 46, 38, 40, 36, 40, 42, 35, 40, 37

مسافروں کی تعداد کی اوسط معلوم کیجئے۔

حل ہم جانتے ہیں کہ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{28+27+41+46+38+40+36+40+42+35+40+37}{12}$$

$$= \frac{450}{12}$$

$$= 37.5$$

مثال 12.13 ایک طالب علم کے ریاضی، سائنس، انگریزی اور اسلامیات میں نمبر بالترتیب 80, 85, 90اور 75ہیں جن کے متناظرہ اوزان 5, 4, 3اور 3 ہیں۔ نمبروں کی وزنی اوسط معلوم کریں۔

حل ہم جانتے ہیں کہ

$$\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

$$= \frac{(5)(80)+4(85)+3(90)+3(75)}{5+4+3+3}$$

$$= \frac{400+340+270+225}{15}$$

$$= \frac{1235}{15}$$

$$= 82.33$$

= 82 نمبر (تقریباً)

مثال 12.14 دس اعداد کا وسطانیہ 10.5 ہے۔ اُن میں سے 9 اعداد 9 ,4 ,3 ,17 ,15 ,18 ,14 ,12 اور 8 ہیں۔ چھٹا عدد معلوم کریں۔

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

حل فرض کیا چھٹا عدد $= x$

اعداد کو ترتیب صعودی میں لکھنے سے

3, 4, 7, 8, 9, x, 12, 14, 15, 18

چونکہ مشاہدات کی تعداد جفت یعنی 10 ہے لہٰذا

وسطانیہ = پانچویں اور چھٹے عدد کا اوسط

پانچواں عدد = 9

چھٹا عدد = x

وسطانیہ = $\frac{9+x}{2}$

جبکہ وسطانیہ = 10.5

$$\frac{9+x}{2} = 10.5$$

$$9 + x = 10.5 \times 2$$

$$9 + x = 21$$

$$x = 21 - 9$$

$$x = 12$$

چھٹا عدد = 12

مثال **12.15** میچوں کی سیریز میں باسکٹ بال کے سکور 54, 60, 57, 55, 51, 64, 64, 65, 64, 62 ہیں۔ عادہ معلوم کریں۔

حل 10 سکور میں 64 تین بار آیا ہے۔

اس لئے عادہ = 64

مشق 12.2

1. مندرجہ ذیل مشاہدات میں سے اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

(i) 14, 18, 12, 22, 26, 24, 15, 19, 22, 15

(ii) 61, 66, 72, 64, 67, 75, 78, 65, 71, 68, 64, 74, 64

(iii) 129, 135, 128, 129, 141, 142, 133, 137, 134, 145, 137, 141

(iv) 15, 16, 13, 6, 15, 17, 23, 16

(v) 47, 77, 87, 47, 67, 37, 47, 27, 57, 47, 44, 47

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

(vi) 2, 3, 4, 5, 6, 2, 3, 7, 8, 9, 4, 7

(vii) 3.5, 6.5, 4.5, 7.5, 5.5, 7.8

.2 ریاضی کی مختلف کتابوں کی قیمتیں (روپوں میں) نیچے دی گئی ہیں ان کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

18.50, 24.45, 34.65, 26.50, 44.05, 38.95, 56.40, 48.75, 29.30, 39.50

.3 چھ اعداد کی اوسط 45 ہے۔ اُن میں سے تین اعداد 32, 35 اور 42 ہیں۔ باقی تینوں میں سے ہر ایک عدد x کے برابر ہے۔

(i) چھ اعداد کا مجموعہ کیا ہے؟

(ii) x کی قیمت معلوم کریں۔

.4 ایک طالب علم نے انگریزی میں 75، ریاضی میں 85، تاریخ میں 80 اور سائنس میں 65 نمبر حاصل کئے۔ وزنی اوسط معلوم کیجئے اگر ان کے اوزان بالترتیب 4, 6, 8 اور 2 ہیں۔

.5 درج ذیل مواد سے وزنی اوسط معلوم کریں۔

وزن	خرچ	گروہ
7.5	270	خوراک
1.5	50	کرایہ
2.0	100	لباس
1.5	65	ایندھن اور بجلی
0.5	75	دیگر

.6 دس اعداد کا وسطانیہ 12.5 ہے۔ جن میں سے آٹھ اعداد 8, 14, 18, 10, 15, 11, 9 اور 12 ہیں جبکہ دونا معلوم اعداد x اور y ہیں۔ ثابت کریں کہ $x + y = 25$ ہو۔

اعادہ مشق 12

.1 درست جواب کا انتخاب کریں۔

(i) مواد 4, 5, 8, 7, 8 اور 4 اوسط __________ ہے۔

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

(ii) مواد 2 ,3 ,5 ,6 ,4 ,6 ,7 ,8 ,6 میں عادہ __________ ہے۔

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

(iii) 50 - 41 جماعت کی حقیقی بالائی جماعتی حد __________ ہے۔

(a) 49.5 (b) 50.5 (c) 51 (d) 49

(iv) مواد میں سب سے بڑی قیمت 100 ہو۔ سب سے چھوٹی قیمت 60 ہو اور جماعتی وقفہ 9 ہو تو جماعتوں کی تعداد __________ ہو گی۔

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8

(v) اگر دو یا دو سے زیادہ قیمتوں کا تعداد ایک جیسا ہو تو ان میں سے ہر ایک __________ کہلاتا ہے۔

(a) اوسط (b) وسطانیہ (c) عادہ (d) کالمی نقشہ

(vi) مواد 4 ,7 ,12 ,15 ,22 میں وسطانیہ __________ ہے۔

(a) 7 (b) 12 (c) 15 (d) 20

(vii) 45 - 41 اور 50 - 46 جماعتوں میں جماعتی وقفہ کی جسامت __________ ہے۔

(a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

(viii) جماعت 55.5 - 50.5 میں حقیقی جماعتی زیریں حد __________ ہے۔

(a) 50 (b) 50.5 (c) 55 (d) 55.5

.2 مندرجہ ذیل مواد پرائز بانڈ کی مختلف قرعہ اندازیوں کو ظاہر کرتا ہے۔

35, 55, 64, 70, 99, 89, 87, 65, 67, 38, 81, 80, 98, 51, 63, 66, 79, 85, 83, 70, 51, 99, 68, 95, 86, 53, 59, 50, 47, 55, 62, 60, 70, 78, 69, 86, 39, 71, 56, 75, 87, 64, 98, 62, 39

10 کا جماعتی وقفہ لے کر تعددی تقسیم کا جدول بنائیں اور مواد سے کالمی نقشہ بھی بنائیں۔

.3 مندرجہ ذیل مشاہدات سے اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں۔

(i) 48, 58, 42, 52, 57, 52, 59, 54, 59
(ii) 205, 209, 196, 215, 225, 239, 205, 218, 186, 210
(iii) 41.6, 48.4, 39.8, 42.3, 49.3, 39.4, 35.5, 38.5, 42.5, 41.6, 38.4

.4 98 مشاہدات کا حسابی اوسط 60 ہے۔ اُن میں سے دو مشاہدات 60 اور 80 حل کے دوران رہ گئے۔ 100 مشاہدات کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

.5 مندرجہ ذیل جدول جولائی 2000 کی روزمرہ اشیاء میں اضافے کی نشاندہی کرتا ہے، جو ایک خاندان کے لئے یکم جولائی 2004ء میں معلوم کیے گئے مختلف گروہوں کے اوزان ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner

گروہ	فی صد اضافہ	اوزان
خوراک	30	8.5
کرایہ	65	3.5
لباس	98.5	2.5
ایندھن اور لائیٹ	75	1
متفرق	80	4.5

مندرجہ بالا مواد سے وزنی حسابی اوسط معلوم کریں۔

خلاصہ

- تعددی تقسیم ایک جدول ہے جس میں ہر ایک جماعت کے مقابل تعداد ظاہر کی جاتی ہے۔
- دیئے گئے مواد میں جو قیمت جتنی بار دہرائی جائے وہ اس کا تعدد ہوتی ہے اور اسے f سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- کالمی نقشہ ایک کالمی بار چارٹ ہے جس میں مستطیلی بار کو ہر ایک حقیقی جماعتی حدود کے مد مقابل ظاہر کیا جاتا ہے۔
- حقیقی جماعتی حدود کو x محور پر اور تعدد کو y محور پر لیا جاتا ہے۔
- حسابی اوسط مواد میں دی گئی تمام قیمتوں کے مجموعہ کو ان کی تعداد پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{\text{قیمتوں کا مجموعہ}}{\text{قیمتوں کی تعداد}}$$

- اگر $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ مشاہدات اور $w_1, w_2, w_3, \ldots w_n$ ان کے متناظرہ اوزان ہوں تو وزنی حسابی اوسط یا وزنی اوسط کو $\bar{x}_w$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اسے یوں معلوم کر سکتے ہیں $\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$
- مواد کو ترتیب صعودی یا ترتیب نزولی میں لکھنے کے بعد درمیانی قیمت وسطانیہ کہلاتی ہے۔
- کسی بھی مواد میں سب سے زیادہ بار آنے والی قیمت عادہ ہے۔

Downloaded from Atta Shad College Digital Library
Scanned by CamScanner